

Zotrvačník trochu inak

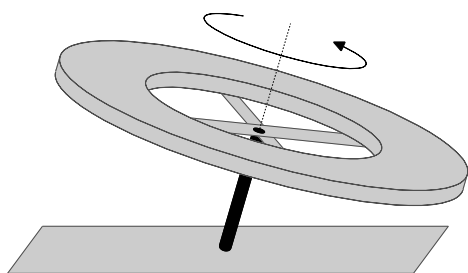
Poriadne roztočený zotrvačník alebo detský vĺčik podpätý na jednom konci svojej osi nepadne, ale namiesto toho sa jeho os pohybuje po myslenom obrátenom kuželi s vrcholom v bode podpätia. Prečo je to tak?

Opísanému pohybu zotrvačníka sa hovorí precesia. V literatúre sa precesia zotrvačníka obyčajne zdôvodňuje pomocou momentov sily a momentov hybnosti. Výpočty s tým spojené sa väčšinou hemžia vektorovými súčinnami (pozri napr. [2]). Je na mieste položiť si otázku, do akej miery pohybu zotrvačníka naozaj fyzikálne rozumieme a do akej ho

vieme len matematicky zdôvodniť. V tomto článku sa pokúsime na intuitívnej úrovni poodhaliť, aké sú dôvody záhadného pohybu zotrvačníka. Dopredu podotýkame, že pôjde len o kvalitatívne a zďaleka nie úplné porozumenie. O pohybe zotrvačníka sa píše celé knihy (napr. [1]) a tento článok nemá ambíciu preberať ich úlohu. Zrealizujeme jednoduchý myšlienkový experiment, v ktorom budeme používať Newtonov zákon sily $F = \Delta p / \Delta t$ resp. $F = ma$.



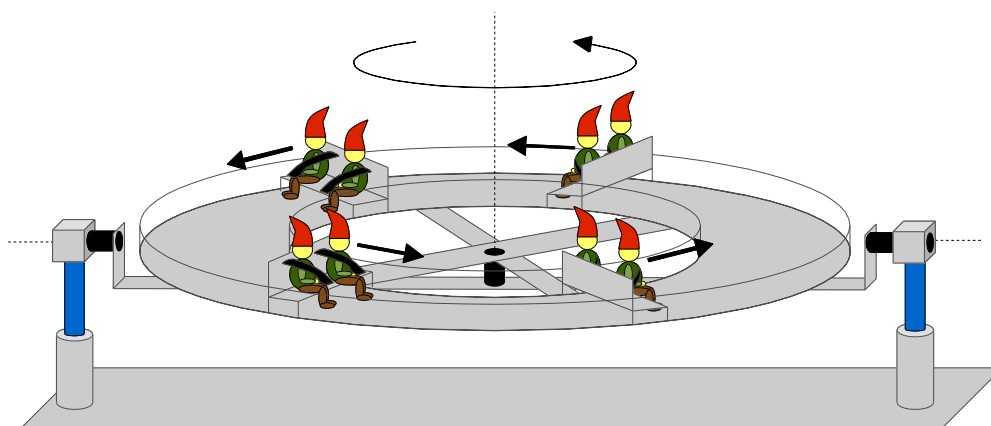
Obrázok 1: Zotrvačník



Obrázok 2: Koleso

Myšlienkový experiment začneme tým, že si problém zjednodušíme. Namiesto zotrvačníka si predstavme len koleso s dlhou osou (Obrázok 2), ktoré má väčšinu svojej hmotnosti sústredenej na svojom obvode. Toto teleso je ekvivalentné nášmu zotrvačníku, takže ak pochopíme pohyb kolesa, tak už budeme rozumiemeť aj zotrvačníku. Ďalej si predstavme koleso ako veľký kolotoč vyrobený z (idálne nekonečne) ľahkého materiálu, na ktorom sedia po celom obvode trpaslíci (podobne ako na Obrázku 3). Naši trpaslíci hrajú úlohu častíc, z ktorých sa skladá koleso. Na Obrázku 3 máme pre jednoduchosť len štyri lavice s pripútanými trpaslíkmi. Pre náš myšlienkový experiment sme dali vyrobiť špeciálny kolotoč, ktorý nám pomôže

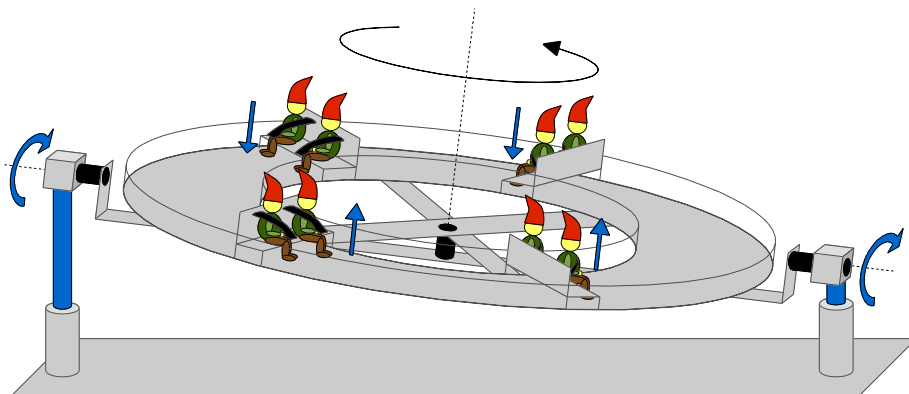
Myšlienkový experiment začneme tým, že si problém zjednodušíme. Namiesto zotrvačníka si predstavme len koleso s dlhou osou (Obrázok 2), ktoré má väčšinu svojej hmotnosti sústredenej na svojom obvode. Toto teleso je ekvivalentné nášmu zotrvačníku, takže ak pochopíme pohyb kolesa, tak už budeme rozumiemeť aj zotrvačníku. Ďalej si predstavme koleso ako veľký kolotoč vyrobený z (idálne nekonečne) ľahkého materiálu, na ktorom sedia po celom obvode trpaslíci (podobne ako na Obrázku 3). Naši trpaslíci hrajú úlohu častíc, z ktorých sa skladá koleso. Na Obrázku 3 máme pre jednoduchosť len štyri lavice s pripútanými trpaslíkmi. Pre náš myšlienkový experiment sme dali vyrobiť špeciálny kolotoč, ktorý nám pomôže



Obrázok 3: Trpaslíci na kolotoči

porozumieť záhadnému pohybu osi roztočeného kolesa. Opíšeme ho v pozícii, ako ho vidíme na Obrázku 3. Zvislá rotačná os je pripevnená na konštrukciu, ktorá sa navyše môže voľne otáčať okolo vodorovnej osi upevnenej na koncoch dvoch zvislých piestov. Keďže kolotoč je veľmi ľahký, všetky zotrvačné sily pôsobiace na kolotoč budú spôsobovať trpaslíci, ktorí pôsobia cez konštrukciu kolotoča na jeho os.

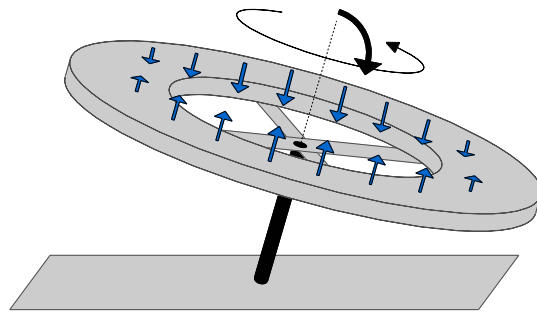
Roztočme kolotoč s trpaslíkmi okolo zvislej osi. Na Obrázku 3 je šípkami naznačený smer okamžitej rýchlosti (resp. hybnosti) jednotlivých trpaslíkov. Je jasné, že odstredivé sily, ktorými trpaslíci pôsobia na kolotoč, nemajú na os rotácie žiaden vplyv, pretože sú v rovnováhe (každý trpaslík má na druhej strane kolotoča kolegu, ktorý pôsobí na kolotoč svojou rovnako veľkou odstredivou silou opačne). Zatiaľ sa teda nič zaujímavé nedeje. Urobme piestami jednoduchý manéver – pravý stlačme a ľavý rozťahujeme (Obrázok 4). Čo budú počas tohto manévru cítiť trpaslíci? Trpaslíci, ktorí sú akurát vzadu sú prinútení náhle zmeniť svoju hybnosť z „vodorovnej“ na „hore kopcom“, takže ich tlačí dole do sedadla. Trpaslíci bližšie k nám museli zmeniť svoju hybnosť z „vodorovnej“ na „dole kopcom“, takže ich tlačí hore zo sedadla. Toto pôsobenie znázorníme šípkami na Obrázku 4. Pre lepšiu empatiu voči trpaslíkom odporúčame predstaviť si, čo cítime v aute, keď z rovinky nabehneme na stúpanie alebo klesanie. Keďže trpaslíci menili svoju hybnosť, musia pôsobiť na kolotoč silou (podľa Newtonovho zákona $\mathbf{F} = \Delta\mathbf{p}/\Delta t$ a tretieho Newtonovho zákona). Kľúčový fakt je, že všetci trpaslíci vzadu pôsobia dole a všetci bližšie k nám pôsobia hore. Spolu spôsobia to, že kolotoč sa začne otáčať okolo osi pripevnenej na piesty dozadu.



Obrázok 4: Pôsobenie trpaslíkov na kolotoč po manévri s piestami.

Prenesme toto zistenie späť na koleso. Nech sa točí okolo svojej osi tak, ako je to znázornené už na Obrázku 2. V úlohe piestov máme teraz gravitačnú silu, ktorá sa snaží os kolesa sklopiť k zemi, čo je na Obrázku 5 znázornené zatočenou šípkou. Vďaka trpaslíkom však hneď potom, čo sa os začne sklápať k zemi, začne sa aj sklápať dozadu. Odporúčame zobrať si nejaký predmet (napr. CD napichnuté na hrubšie pero), na ktorom si to celé môžeme dobre predstaviť v pohybe. Pookrejme nachvíľu a naozaj si rozmyslíme, že sa os kolesa musí začať sklápať dozadu... Máme to rozmyslené, takže už intuitívne rozumieme tomu, kde berie zotrvačník dôvod na to, aby nepadol len rovno k zemi. Zatiaľ však vidíme len to, že by mohol padať trochu šikmo k zemi (čo sa pri slabo roztočenom zotrvačníku naozaj stane – trpaslíci málo pôsobia). Zo skúsenosti však vieme, že os by mala chodiť po kuželi. Ako teda trpaslíci bojujú proti tomu, aby im spadlo koleso?

Vieme, že keď sa os kolesa sklápa k zemi, začne sa sklápať aj vzad. Skúsme aplikovať našu úvahu o piestoch a pôsobení trpaslíkov znova. Uvažujme teraz zvlášť iba sklápanie vzad. Čo cítia trpaslíci, keď sa os kolesa sklápa vzad? Tých, čo sú od polovice kolesa dole, bude ťahať zo sedadiel a tých hore bude tlačiť do sedadiel (treba si premyslieť podobne, ako sme to robili na Obrázku 5). Teda spolu: os bude tlačaná hore proti gravitačnej sile! Takto dokážu trpaslíci zdvíhať os svojho kolesa. Zdvíhanie osi zase spôsobuje spomaľovanie sklápania vzad.



Obrázok 5: Čo robia trpaslíci s kolesom, keď im začne padať

Pohyb osi kolesa teda v našom zjednodušenom opise vyzerá takto: pustíme roztočenú os, tá sa naozaj začne sklápať k zemi, ako by sme očakávali. Vzápätí sa koniec osi začne pohybovať aj trochu vzad a pohyb vzad vyvolá spomaľovanie pádu a následne zdvihnutie osi. To však postupne zabrzdí pohyb vzad a os začne opäť padať. Celý proces začína znova. Kmitaniu osi hore-dole sa hovorí nutácia. Keď je koleso poriadne roztočené, nutácia je nepatrná, čomu možno intuitívne rozumieť tak, že aj veľmi malý pokles osi spôsobí silné pôsobenie trpaslíkov. Viditeľný zostane len jeden pohyb osi – v každom momente sklápanie dozadu (keď sa pozeráme na koleso z pohľadu, ako je na Obrázku 5), čo spolu znamená pohyb po kuželi.

Takže tak nejak sa pohybuje zotrvačník. Slovné spojenie „tak nejak“ sme použili zámerne. Z našich úvah vôbec nevidno, ako veľmi sa os otočí tam, či onam. Nevidno ako presne os zrýchľuje, či spomaľuje a neuvažovali sme ani nad presným rozložením hmoty v zotrvačníku od ktorého v skutočnosti značne závisí, ako sa bude os pohybovať. To, čo sme získali, sú len veľmi hrubé črty celej pravdy, o ktorej sa píše rozsiahle knihy. V našom prístupe sme sa snažili ukázať, že zotrvačník nie je úplný zázrak, ktorému by sa nedalo intuitívne aspoň trochu rozumieť.

Literatúra na ďalšie štúdium

[1] KLEIN, F., SOMMERFELD, A. 2010. The Theory of the Top, Volume II: Development of the Theory in the Case of the Heavy Symmetric Top, Birkhäuser

[2] ILKOVIČ, D. 1972. Fyzika I., SNTL