Pr.1 Majme stav v trojrozmernom priestore $\psi(\vec{r}) = Ae^{ikz}$. Aké hodnoty L_z a L namerieme v takomto stave?

Pr.2 Nájdite účinný prierez rozptylu bezspinovej častice na tvrdej guli s polomerom a pre prípad, že λ dopadajúcej častice je oveľa väčšia ako polomer a.

Postup: ak $\lambda \gg a \Rightarrow k \ll a \Rightarrow ka \approx 0$. Keďže približne platí $ka \approx l_{max}$ stačí nám uvažovať len rozptyl na s-vlne. Pre rozptyl na s-vlne máme $f(\theta, \phi) = \frac{1}{k} e^{i\delta_0} \sin\delta_0$. Pre stav s nulovým momentom hybnosti v oblasti mimo interakcie dostávame[1] $\psi_{l=0} = \frac{C_0}{r}\sin(\alpha + kr)$. Zároveň platí pre $(r \to \infty)$ je $\psi_{l=0} = \frac{e^{i2\delta_0}e^{ikr} - e^{-ikr}}{2ikr} = \frac{K}{r}\sin(\delta_0 + kr)$.

Porovnaním exaktného riešenia a asymptotického dostávame:

$$C_0 = K \qquad \alpha = \delta_0 \tag{2}$$

Zo zošívacej podmienky obdržíme:

$$\psi_{l=0}(r = a) = 0 \Rightarrow \frac{K}{a}\sin(\delta_0 + ka) = 0 \Rightarrow \delta_0 = -ka \tag{3}$$

Pre diferenciálny účinný prierez

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left|\frac{sin(-ka)}{k}\right|^2 \approx a^2 \Rightarrow \sigma = 4\pi^2 a^2 \tag{4}$$

Čo je štvornásobok klasického výsledku.

Pr.3 Nájdite vzťah pre fázu δ_0, pre rozptyle na potenciáli

$$\begin{aligned} V(r) &= -V_0 \qquad r < R \\ V(r) &= 0 \qquad r \geq R \end{aligned} \tag{5}$$

Pr.4 Ukážte, že ak má existovať viazaný stav v potenciáli "trojrozmerná potenciálová jama"

$$\begin{aligned} V(r) &= -V_0 \qquad r < R \\ V(r) &= 0 \qquad r \geq R \end{aligned} \tag{6}$$

musí platiť podmienka $V_0 \geq \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{\hbar^2}{2mR^2}$.

[1] Riešenie Schr. rovnice hľadáme v tvare $\psi(\vec{r}) = \sum_l \frac{u_l(r)}{r} P_l(\cos\theta)$. Zaujímame sa iba o s-vlnu. Dosadením do Schr. rovnice s nulovým potencialom dostaneme pre radiálnu časť(pozri ZU str. 488 vzťah (18) a (24)):

$$u_0'' + k^2 u_0 = 0 \quad \Rightarrow u_0 = C_0 \sin(\alpha + kr) \quad \Rightarrow \psi_{l=0} = \frac{C_0}{r}\sin(\alpha + kr) \tag{1}$$