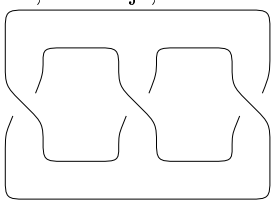
1. Zistite, čo je zač plocha na obrázku (t.j. koľko má dier, ak je orientovateľná, tak koľko má uší, ak nie je, tak koľko Möbiových pásikov): (1b)



   To isté pre rovnakú plochu, ktorá má ale n prepojení namiesto troch. (1b)

2. Zoberme pravidelný $2n$-uholník a zlepme protiľahlé strany so zachovaním orientácie (ak $n = 2$ tak dostaneme torus). Čo za plochu dostaneme? (2b)

3. Zistite rod Riemannovej plochy funkcie $\sqrt{x^n - 1}$. (2b)

4. Na Riemannovu sféru necháme pôsobiť grupu symetrií kocky (kocka je vpísaná do sféry). Nájdite racionálnu funkciu $f(z)$ takú, že $f(z_1) = f(z_2)$ práve keď z_1 a z_2 ležia na jednej orbite. (3b)

5. Spomeňte si, že ak Λ_1 a Λ_2 sú dve mriežky v $\mathbb{C}$, tak holomorfné zobrazenie z eliptickej krivky $\mathbb{C}/\Lambda_1$ do eliptickej krivky $\mathbb{C}/\Lambda_2$ je lineárna funkcia $az + b$ taká, že $a\Lambda_1 \subset \Lambda_2$; to zobrazenie je invertibilné, ak $a\Lambda_1 = \Lambda_2$. Táto úloha bude o zobrazovaní $\mathbb{C}/\Lambda$ do seba.

   (a) Pre ktoré mriežky Λ existuje $a \neq \pm 1$ také, že $a\Lambda = \Lambda$? (1b)

   (b) Majme danú mriežku Λ a nech $a\Lambda \subset \Lambda$ pre nejaké a. Dokážte, že buď $a \in \mathbb{Z}$ (čo funguje pre každú mriežku), alebo je a riešením nejakej kvadratickej rovnice $a^2 + pa + q = 0$ s celými koeficientami a so záporným diskriminantom. (Naopak, keď máme také a, môžeme zobrať mriežku generovanú vektormi 1 a a, a bude $a\Lambda \subset \Lambda$.) (1b)

   (c) Zistite, aká mriežka zodpovedá Riemannovej ploche (rodu 1) funkcie $\sqrt{x^3 - 1}$. (Návod: použite (a) a symetriu tejto plochy) (1b)

6. Vezmime v $\mathbb{C}$ kružnicu so stredom v 0 a s polomerom r rôznym od πn, a zobrazme ju funkciou sin. Koľko krát je jej obraz omotaný okolo 0? (2b)

7. Dokážte, že ak existuje nekonštantné holomorfné zobrazenie zo sféry na nejakú Riemannovu plochu, tak aj ona je sférou. (2b)

8. Sféry sa dotýka priestorový štvoruholník (t.j. jeho vrcholy nemusia ležať v jednej rovine). Dokážte, že body dotyku ležia v jednej rovine. (2b)