

1. Spomeňte si, že grupa  $S_3$  má tieto ireducibilné reprezentácie: dve jednorozmerné ( $\rho_1 =$  triviálna a  $\rho_2 =$  znamienko permutácie) a jednu dvojrozmernú  $\rho_3$  (tá sa dá popísať napríklad takto: nakreslite si v rovine rovnostranný trojuholník so stredom v počiatku;  $\rho_3(g)$  je potom zhodné zobrazenie (otočenie alebo preklopenie), ktoré permutuje vrcholy trojuholníka podľa permutácie  $g$ ).
  - (a) Nájdite  $\alpha \in \mathbb{C}[S_3]$  tak, aby  $\rho_1(\alpha) = 1$ ,  $\rho_2(\alpha) = 2$ ,  $\rho_3(\alpha) =$  otočenie o 90 stupňov.
  - (b) Nájdite projektory  $\pi_i \in \mathbb{C}[S_3]$ ,  $i = 1, 2, 3$ , na ireducibilné reprezentácie. Spočítajte (najlepšie bez počítania) súčiny  $\pi_i \pi_j$ .
2. Nech  $A_4$  je grupa všetkých párnych permutácií štyroch prvkov. Koľko má rôznych ireducibilných reprezentácií a aké majú dimenzie?
3. Nech  $\mathcal{F}(M)$  označuje vektorový priestor funkcií na množine  $M$ . Ukážte, že  $\text{Hom}_G(\mathcal{F}(G/H), V) \cong V^H$ , kde  $H \subset G$  je podgrupa,  $V$  je reprezentácia  $G$  a  $V^H \subset V$  je podpriestor všetkých  $H$ -invariantných vektorov (pozn.: teraz by už príklad 2.b z minulej série nemusel byť taký ťažký).