

1. Dokážte matematickou indukciou

$$\text{a) } S_n = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \quad (3)$$

$$\text{b) } T_n = \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1) \quad (2)$$

a vypočítajte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^2}{T_n^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)]^2}{[\frac{1}{2}n(n+1)]^3} \quad (2)$$

2. Vypočítajte limitu

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+5}{(x+1)^3-x^3} \quad (2)$$

3. Pomocou l'Hospitalovho pravidla spočítajte

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sin x)}{\sin x} \quad (2)$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{\sin^3 x} \quad (3)$$

$$4. \text{ Vypočítajte } F(y) = \int_0^y \frac{\cos x}{1+\sin x} dx \quad (3)$$

$$\text{a najdite maximum } F(y) \text{ na intervale } (0, \pi) \quad (2)$$

5. Vyšetrite priebeh funkcie $f(x) = \frac{2}{1-x^2}$

$$\text{a) Definičný obor, symetrie, vypočítajte } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \quad (2)$$

$$\text{b) Určiť intervaly kde } f(x) > 0, f(x) < 0 \quad (1)$$

$$\text{c) Rozložte } f(x) \text{ na parc. zlomky. Vypočítajte } f'(x), f''(x) \quad (3)$$

$$\text{d) Najdite maximum, minimum, intervaly monotónnosti, konvexnosť a konkávnosť.} \quad (3)$$

$$\text{e) Načrtnite graf funkcie.} \quad (2)$$