

PÍ SOMKA 11.01.2006

1. Rozložte na parciálne zlomky

$$\frac{1}{x(x+1)} \quad (1)$$

a potom vypočítajte limitu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots \quad (3)$$

2. Vypočítajte matematickou indukciou

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2 \quad (2)$$

3. Pomocou l'Hospitalovho pravidla spočítajte

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(2x^2+1)}{x^2}$ (2)

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x^3}$ (3)

4. Vypočítajte $\int_0^{\pi/2} dx \ x^2 \sin 2x$ (3)

5. Nájdite neurčitý integrál $\int dx \ \cos x \sin x e^{\sin^2 x}$ (3)

6. Nech $f(x) = \frac{4-3x-2x^2}{x^2} = \frac{4}{x^2} - \frac{3}{x} - 2$

a) Určte definičný obor a riešte rovnicu $f(x) = 0$ (1)

b) Vypočítajte $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (3)

c) Vypočítajte $f'(x)$, $f''(x)$ (2)

d) Nájdite minimum a maximum, nájdite intervaly monotónnosti (3)

e) Nájdite asymptoty (3)

f) Načrtnite graf funkcie. (1)