

Test pri skúškach - typické príklady

1) Dokážte matematickou indukciou

$$S_n = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \quad (\text{body 3})$$

Vypočítajte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(n+1)^3} (1 + 4 + 9 \dots + n^2) = ? \quad (\text{body 2})$$

2) Vypočítajte limity

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{1+n^2} \quad (\text{bod 1})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{(1+x)^2 - x^2} \quad (\text{body 2})$$

3) Pomocou l'Hospitalovho pravidla vypočítajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} \quad (\text{bod 1})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3} \quad (\text{body 3})$$

4) Najdite derivácie

$$(\ln(1+x^2))' \quad (\text{body 2})$$

$$(\operatorname{tg} x)'' \quad (\text{body 2})$$

5) Nech $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, $x \in (-\infty, +\infty)$

a) Vypočítajte $f'(x)$, $f''(x)$ (body 3);

b) Najdite minimá a maximá $f(x)$ a obory momotónnosti (body 3);

c) Najdite asymptoty $f(x)$ (body 3);

d) Načrtnite graf funkcie $f(x)$ (bod 1).

6) a) Najdite neurčitý integrál

$$\int dx \frac{x}{1+x^2} \quad (\text{body 2})$$

b) Riešte rovnicu $F(a) = 1$, kde

$$F(a) = \int_0^a dx \frac{x}{1+x^2} \quad (\text{body 2}) .$$