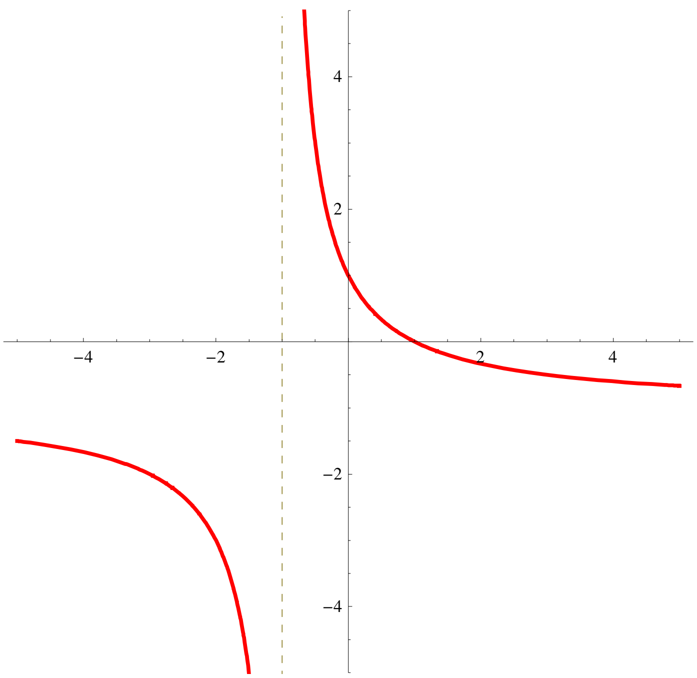
Definičný obor zloženej funkcie

[E.Masár, ver. 28.11.2011]

Nech D_f a D_g sú definičné obory funkcií *f(x)*, *g(x)*. Napr. ak *f(x)=ln(x)*, $g(x)=(1-x)/(1+x)$, tak $D_f=(0,\ \infty)$, $D_g=(-\infty,\ -1)\bigcup(-1,\ \infty)$. Definičný obor $D_{f\circ g}$ zloženej funkcie f(g(x)) pozostáva z tých podintervalov definičného oboru D_g vnútornej funkcie $g(x)$, v ktorých funkcia g(x) nadobúda hodnoty z množiny D_f. Z grafu funkcie *(1-x)/(1+x)* vidíme, že definičný obor funkcie *ln[(1-x)/(1+x)]* je interval $(-1,\ 1)$.

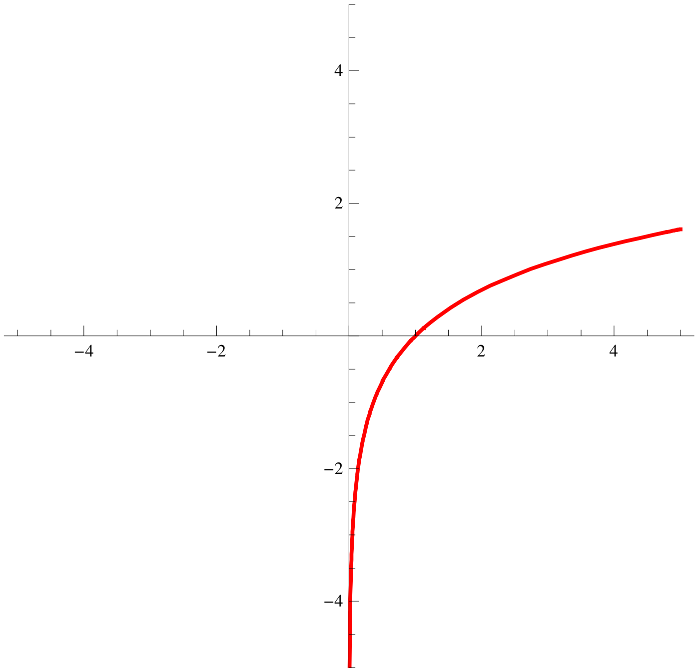
Farby**: funkcia:* ***červená, *vnútorná funkcia: hnedá.*

$$g(x)=\frac{1-x}{1+x}$$



Vertikálna asymptota $x=-1$ oddeľuje od seba dva podintervaly definičného oboru funkcie $g(x)$.
Pre aké x nadobúda $g(x)$ kladné hodnoty?

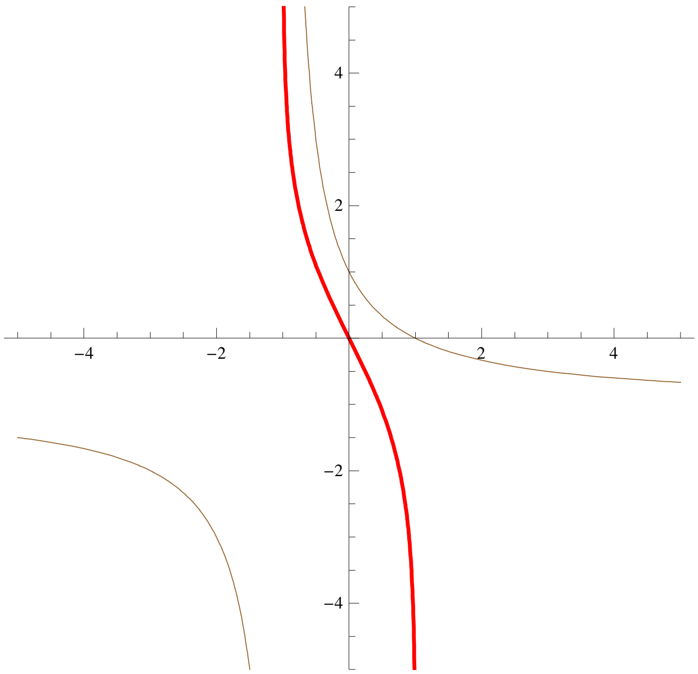
`f(x)=Log[x]`



Logaritmická funkcia je definovaná pre $x > 0$.

zložená funkcia: $\mathrm{Log}\left[\frac{1-x}{1+x}\right]$

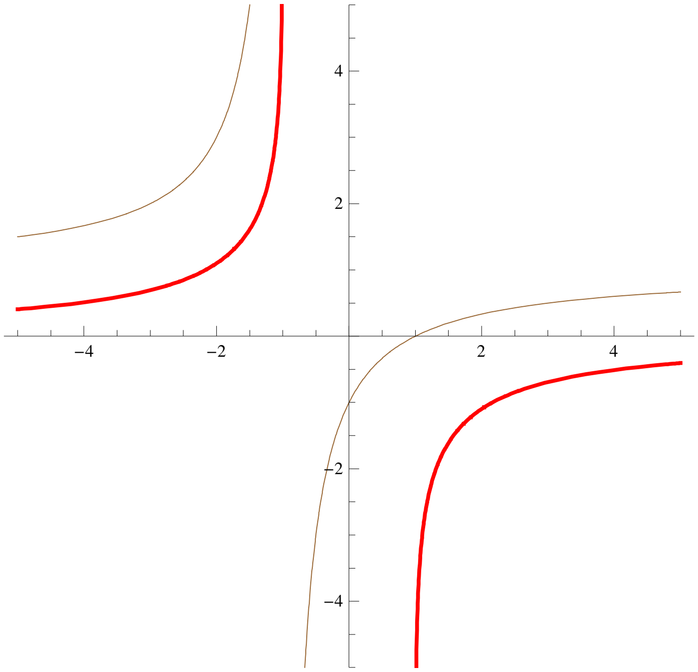
vnútorná funkcia: $g(x)=\frac{1-x}{1+x}$



Definičný obor zloženej funkcie je interval *(-1, 1)*. Je to ten podinterval definičného oboru vnútornej funkcie *g (x)*, na ktorom platí *g (x) > 0*.

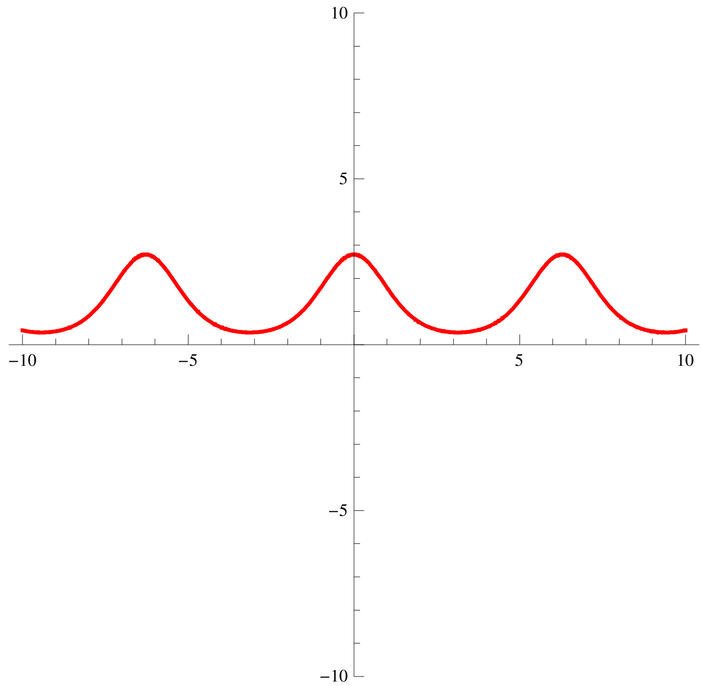
zložená funkcia: $\mathrm{Log}\left[\frac{-1+x}{1+x}\right]$

vnútorná funkcia: $g(x)=\frac{-1+x}{1+x}$



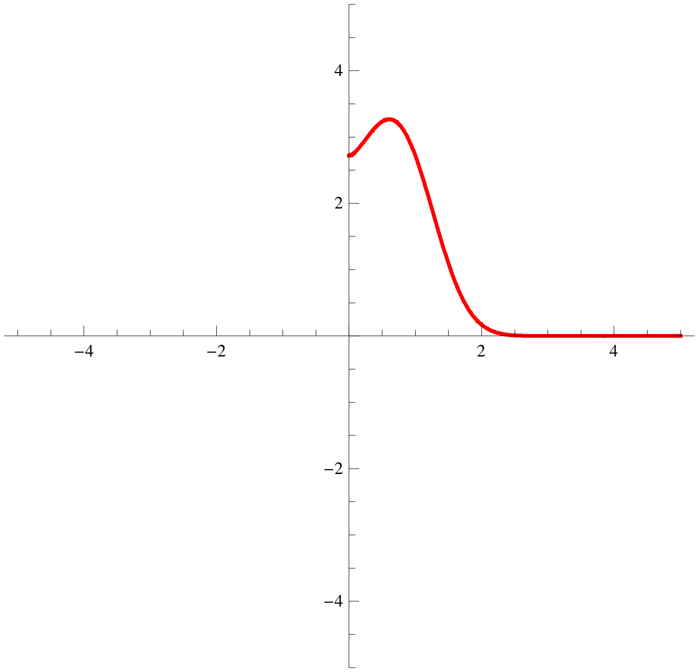
Definičný obor *D* zloženej funkcie sa zhoduje s tou podmnožinou definičného oboru vnútornej funkcie *g (x)*, na ktorej platí *g (x) > 0*. Určte *D*.

$f(x) = e^{\text{Cos}[x]}$



Pretože definičný obor vonkajšej aj vnútornej funkcie je celá reálna os, definičný obor zloženej funkcie je tiež celá reálna os.

$f(x) = e^{1-x^2 \,\mathrm{Log}[x]}$



Pretože definičný obor exponenciálnej funkcie je celá reálna os, obsahuje v sebe celý obor hodnôt logaritmickej funkcie. Preto definičný obor zloženej funkcie je kladná časť reálnej osi (obor hodnôt logaritmickej funkcie).