

Priebeh funkcie (príklady 2)

[E.Masár, ver. 26.11.2011]

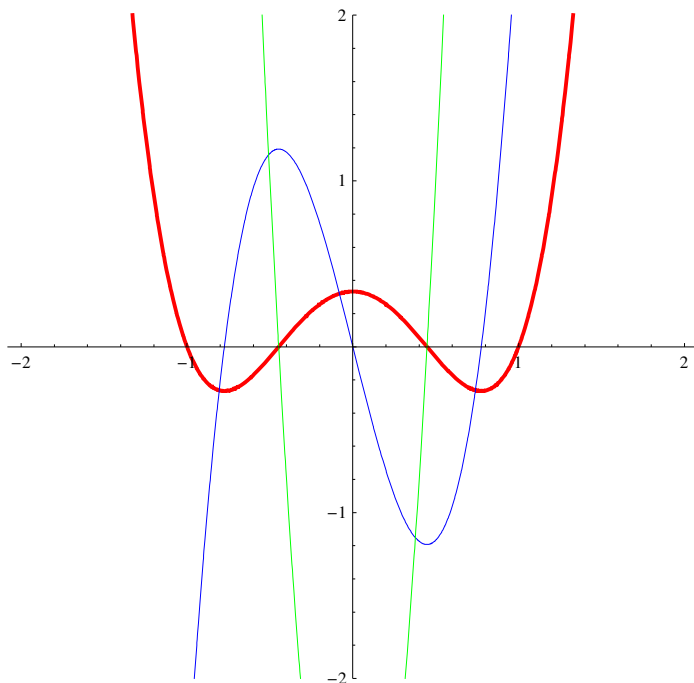
Tu sú o niečo náročnejšie príklady a ilustrácie k vyšetrovaniu priebehu funkcie.

Farby: funkcia: **červená**, 1.derivácia: **modrá**, 2.derivácia: **zelená**.

$$f(x) = \frac{1}{3} - 2x^2 + \frac{5x^4}{3}$$

$$f'(x) = \frac{4}{3}x(-3 + 5x^2)$$

$$f''(x) = -4 + 20x^2$$



Určte nulové body funkcie $f(x)$, polohu extrémov, inflexné body, oblasti konkávnosti a konvexnosti.

{Riešenie : nulové body : $x = -1$, $x = 1$, $x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $x = \frac{1}{\sqrt{5}}$;

extrémy : $x = 0$, $x = -\sqrt{\frac{3}{5}}$, $x = \sqrt{\frac{3}{5}}$;

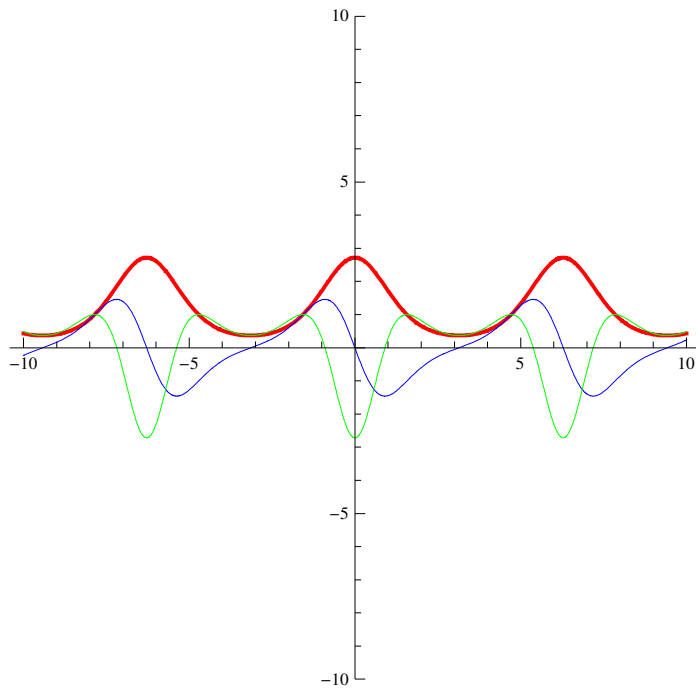
inflexné body : $x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $x = \frac{1}{\sqrt{5}}$;

konkávnosť : $(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}})$; konvexnosť : $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{5}})$, $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \infty)$ }

$$f(x) = e^{\cos[x]}$$

$$f'(x) = -e^{\cos[x]} \sin[x]$$

$$f''(x) = e^{\cos[x]} (-\cos[x] + \sin[x]^2)$$

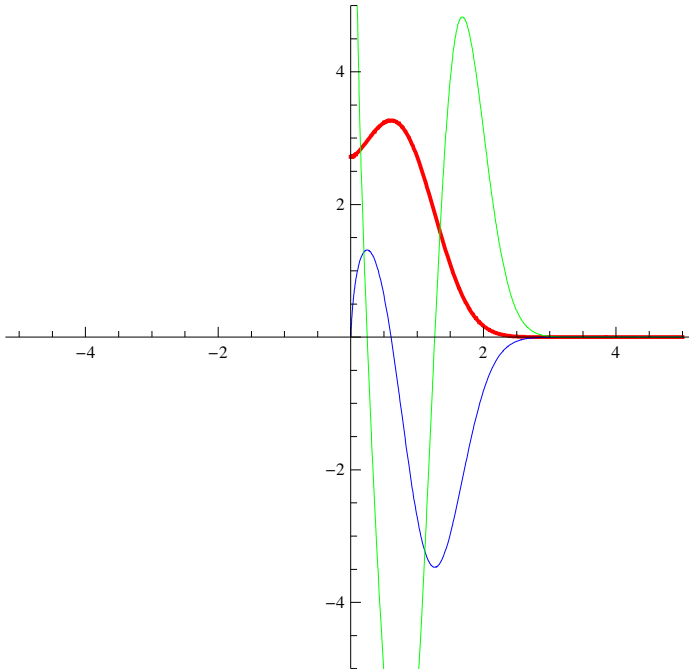


Určte definičný obor, obor hodnôt, extrém, inflexné body funkcie $f(x)$.

$$f(x) = e^{1-x^2} \text{Log}[x]$$

$$f'(x) = -e^{1-x^2} (1 + 2 \text{Log}[x])$$

$$f''(x) = e^{1-x^2} (-3 + x^2 + 2 \text{Log}[x] (-1 + 2x^2 + 2x^2 \text{Log}[x]))$$

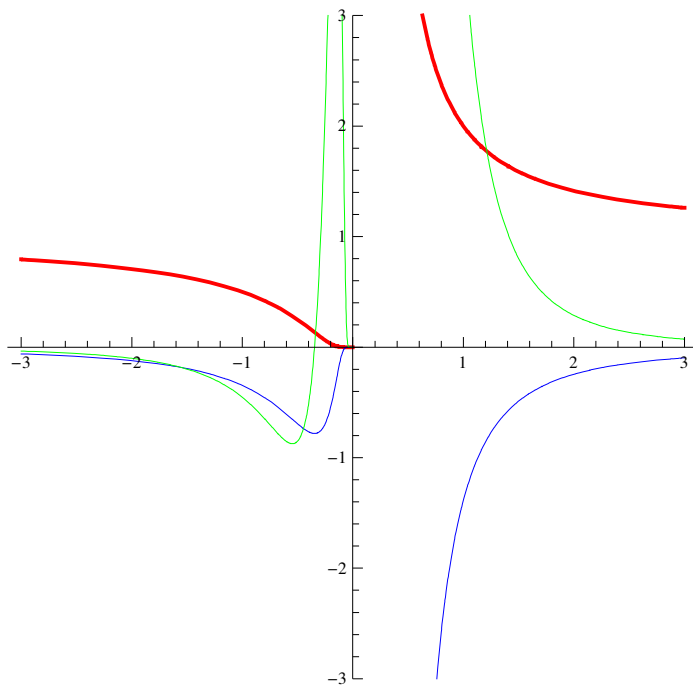


Určte presnú polohu maxima funkcie $f(x)$. Dosadením do f'' dokážte, že v tomto bode $f'' < 0$.
 Koľko inflexných bodov má funkcia $f(x)$?

$$f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$$

$$f'(x) = -\frac{2^{\frac{1}{x}} \operatorname{Log}[2]}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{2^{\frac{1}{x}} \operatorname{Log}[2] (2x + \operatorname{Log}[2])}{x^4}$$

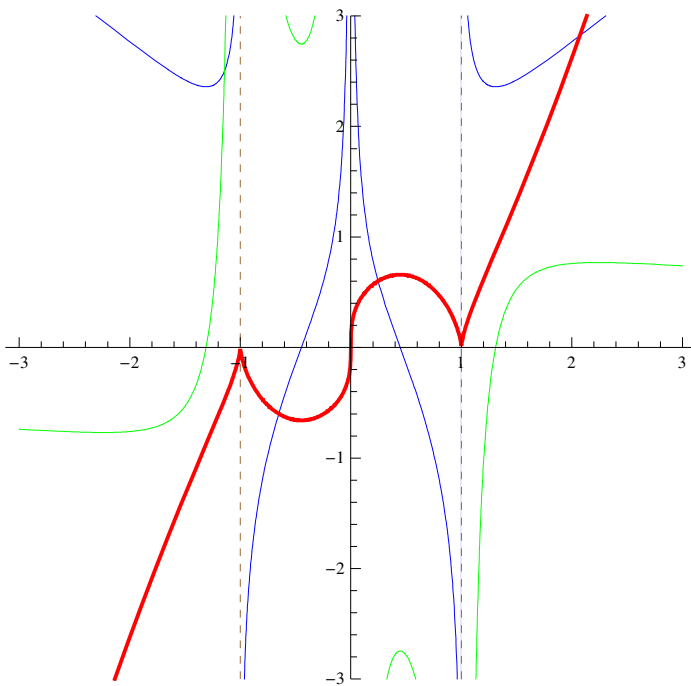


Určte presnú polohu inflexného bodu funkcie $f(x)$.

$$f(x) = (x(-1+x^2))^2)^{1/3}$$

$$f'(x) = \frac{1 - 6x^2 + 5x^4}{3(x(-1+x^2))^2)^{2/3}}$$

$$f''(x) = \frac{2(-1 - 8x^2 + 5x^4)}{9x(x(-1+x^2))^2)^{2/3}}$$



Definičný obor funkcie $f(x)$ je celá reálna os. Obor hodnôt tiež.

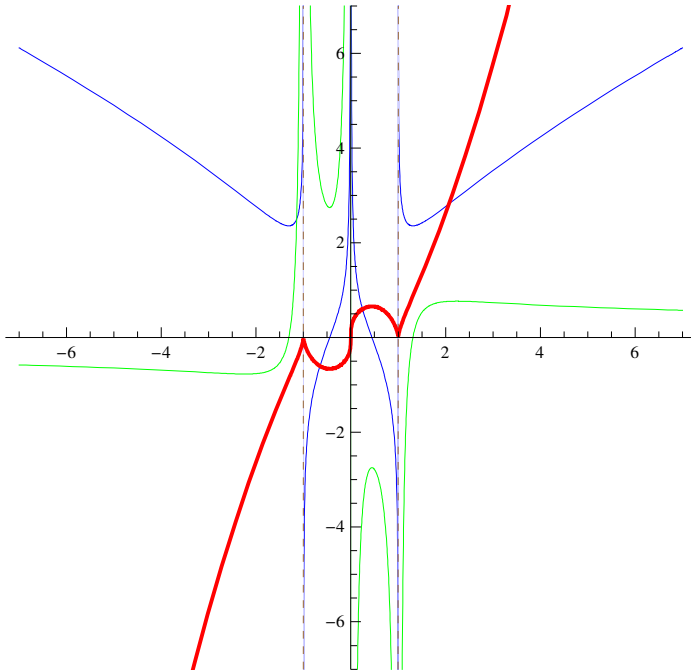
[Poznámka: ignorujeme komplexné hodnoty tretej odmocniny záporných čísiel]

Funkcia má 3 nulové body a 4 lokálne extrémny. V extrémálnych bodoch $x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$,

$x = \frac{1}{\sqrt{5}}$ existujú prvé aj druhé derivácie. V bodoch $x = -1$, $x = 1$ sú lokálne extrémny,

v ktorých neexistuje derivácia, lebo derivácie zľava a sprava su rôzne. V bode $x = 0$ je prvá derivácia nekonečná a druhá derivácia neexistuje. Funkcia má dva inflexné body.

Má funkcia nejaké asymptoty? Čo znázorňujú vertikálne čiarkované priamky?



Rovnaká funkcia ako na predošlom obrázku. Všimnime si, že funkcia $f(x)$ je nepárna, jej prvá derivácia je párna a druhá derivácia je znova nepárna funkcia.