Inflexné body funkcie

[E.Masár, ver. 28.11.2011]

V bode $x = a$ svojho definičného oboru má funkcia $f(x)$ **inflexný bod**, ak $f''(a) = 0$ a zároveň $f'''(a) \neq 0$. Na grafe funkcie rozoznáme inflexný bod $[a, f(a)]$ tak, že funkcia sa v ňom mení z konkávnej na konvexnú, alebo naopak. V inflexnom bode sa teda mení znamienko druhej derivácie funkcie. Nulovosť druhej derivácie je nutná, ale nie postačujúca podmienka inflexného bodu. Postačujúca podmienka vyžaduje ešte nenulovosť tretej derivácie.

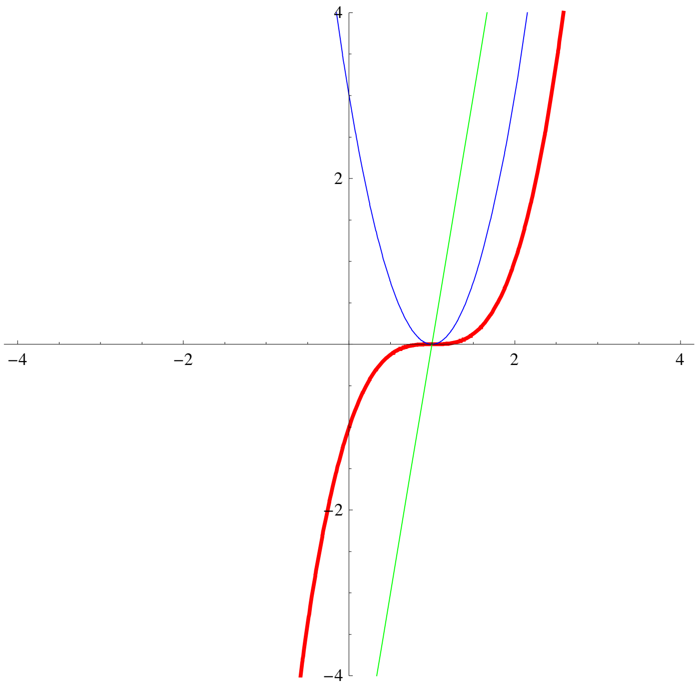
***Farby**: funkcia:* ***červená**, 1.derivácia: modrá, 2.derivácia: zelená*

$f(x) = (-1 + x)^3$

$f'(x) = 3\,(-1 + x)^2$

$f^{(2)}(x) = 6\,(-1 + x)$

$f^{(3)}(x) = 6$



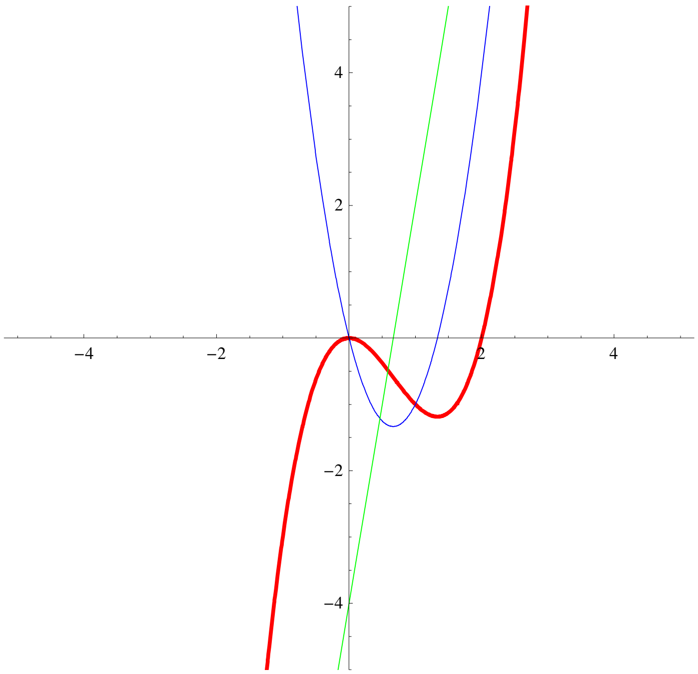
Jeden inflexný bod je v $x = 1$.

$f(x) = -2x^2 + x^3$

$f'(x) = x(-4 + 3x)$

$f^{(2)}(x) = -4 + 6x$

$f^{(3)}(x) = 6$



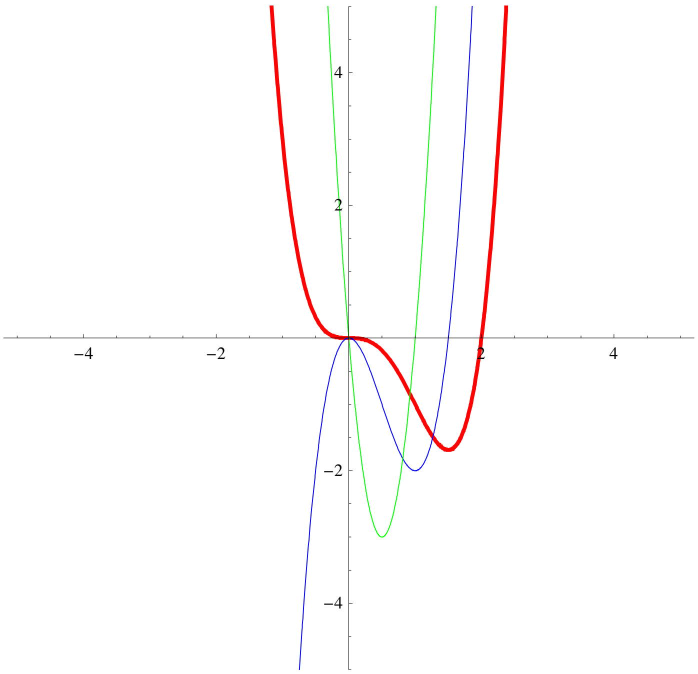
Jeden inflexný bod je v $x = \frac{2}{3}$.

$f(x) = -2x^3 + x^4$

$f'(x) = 2x^2(-3 + 2x)$

$f^{(2)}(x) = 12(-1 + x)x$

$f^{(3)}(x) = -12 + 24x$



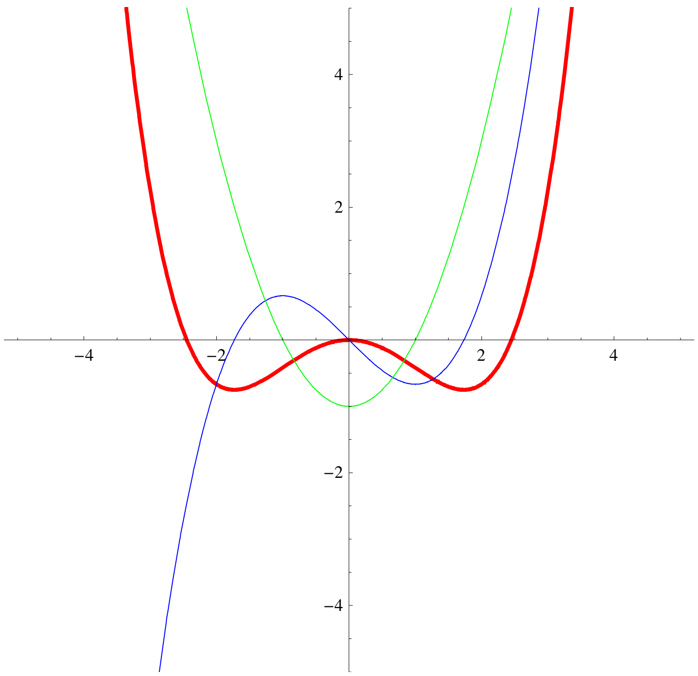
Dva inflexné body: *x = 0*, *x = 1*.

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3} x \left(-3 + x^2\right)$$

$$f^{(2)}(x) = -1 + x^2$$

$$f^{(3)}(x) = 2x$$



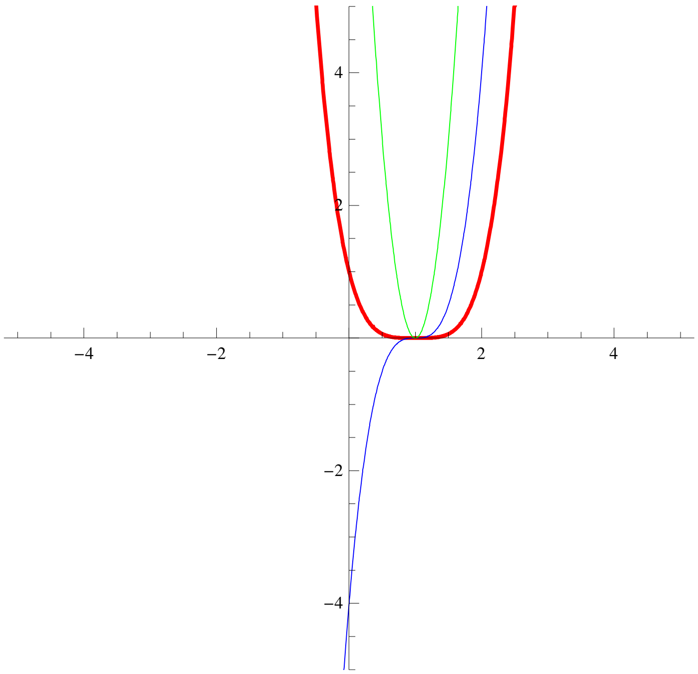
Dva inflexné body: $x = -1$, $x = 1$.

f(x) = $(-1+x)^4$

f'(x) = $4(-1+x)^3$

$f^{(2)}(x) = 12(-1+x)^2$

$f^{(3)}(x) = 24(-1+x)$



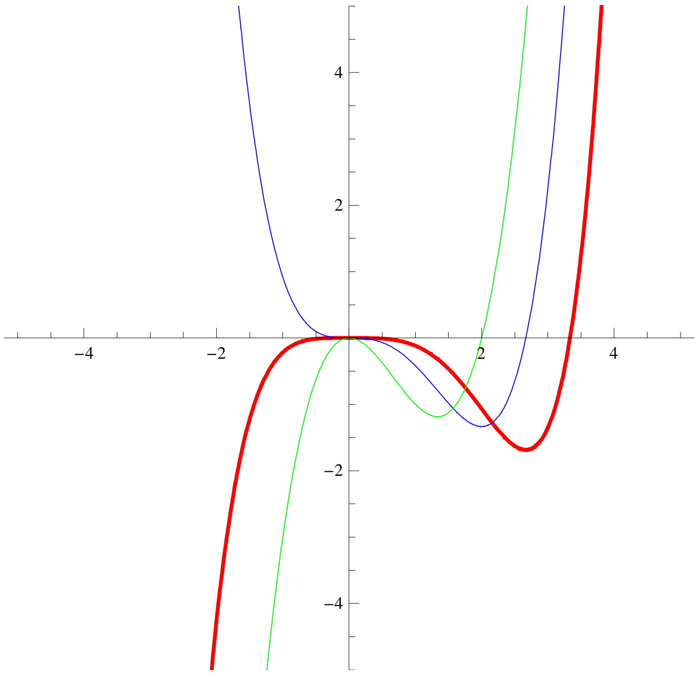
Žiadny inflexný bod. V $x = 1$ síce $f'' = 0$, ale f'' nemení v tomto bode znamienko.

$$f(x) = -\frac{x^4}{6} + \frac{x^5}{20}$$

$$f'(x) = \frac{1}{12} x^3 (-8 + 3x)$$

$$f^{(2)}(x) = (-2 + x) x^2$$

$$f^{(3)}(x) = x (-4 + 3x)$$



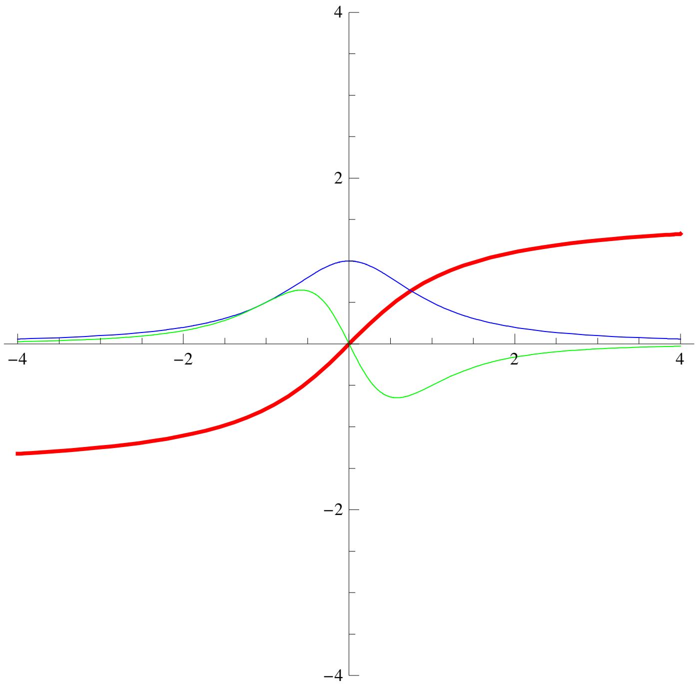
Jeden inflexný bod v $x = 2$. V $x = 0$ nemá $f(x)$ inflexný bod aj napriek tomu, že tam $f'' = 0$. To preto, lebo $f''(x)$ sa v tomto bode iba dotýka osi x zospodu, ale nepretína ju.

f(x)=ArcTan[x]

$$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$$

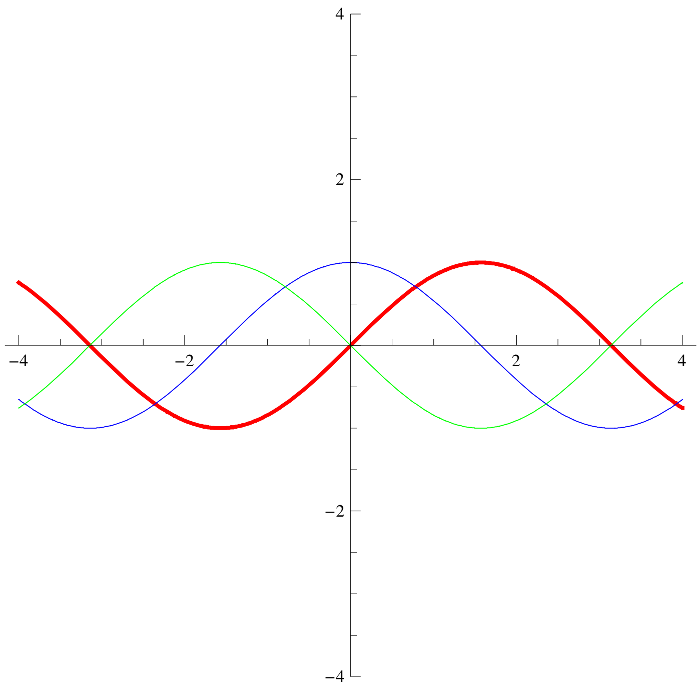
$$f^{(2)}(x)=-\frac{2x}{\left(1+x^2\right)^2}$$

$$f^{(3)}(x)=\frac{-2+6x^2}{\left(1+x^2\right)^3}$$



Jeden inflexný bod je v $x = 0$. Platí $f''(0) = 0$, $f'''(0) \neq 0$.

```
f(x)=Sin[x]
f'(x)=Cos[x]
f⁽²⁾(x)=-Sin[x]
f⁽³⁾(x)=-Cos[x]
```



Inflexné body sú v $x = k\,\pi$, kde k je celé číslo (v týchto bodoch $f'' = 0$, $f''' \neq 0$).